

体験的な学びを促す数学の公開講座の取り組み — H22体験ふむふむ数学クラブ「変わりゴマを回そう」の実践報告 —

福井大学教育地域科学部 西 村 保 三
 福井大学教育地域科学部 佐分利 豊
 福井大学教育地域科学部 松 本 智恵子
 元福井県立足羽高等学校教諭 大久保 裕 介
 福井工業高等専門学校 坪 川 武 弘
 福井県立高志高等学校 福 田 浩 之
 福井県立大野高等学校 松 田 立 行
 福井県立福井東養護学校月見分校 竹 澤 康 宏
 福井県教育庁高校教育課 稲 田 俊 彦
 (株)村田製作所 山 下 敏 明

本稿は、平成22年度に福井大学で開催された公開講座「体験ふむふむ数学クラブ—変わりゴマを回そう」(JST地域活動支援事業)の実践報告である。この公開講座の狙いは、数学が苦手だったという一般の社会人や小中学生を対象に、天秤を用いた実験や、自作したコマやモビールで遊ぶという体験的活動を通して、平面図形の重心やモーメントなどの数学的な概念を、楽しみながら学んでもらうことである。またそれを実現するカリキュラムを、中学高等学校・高等専門学校・福井大学の数学教員による協働によって開発することも目標としている。

キーワード：重心、モーメント、平面図形

1. はじめに

福井大学教育地域科学部数学教室では、H19年度から「体験ふむふむ数学クラブ」という公開講座を実施している。この公開講座の狙いは、「数学が苦手だ。どうして数学を学ぶのだろう?」と感じている社会人や、学校の生徒を対象に、体験的なグループ学習によって、数学を楽しんで学び、参加者の数学に対する興味・関心を高めるとともに、数学が社会のさまざまな場面において果たす役割を理解してもらうことを目的としている。またそれを実現するカリキュラムを、中学高等学校・高等専門学校の数学教員や企業で働いている方との協働によって、共に学び合いながら開発することも目標としている。

本稿では、これまでの「ふむふむ」の活動の中から、H22年度にJST地域活動支援事業として実施した公開講座「変わりゴマを回そう」(全2回)の実践について考察していく。

2. 授業実践

本講座は、大久保が全体を統括して、テキストの作成から進行までをこなした。なお全体の構想においては、福井大学の伊禮三之教授の実践記録集「『楽しい数学』の一年」の3.1節「モビールを作ろう!」を参考にした。

実施日の2週間前に講師メンバーで打合せを行い、内容について討議して、作成したテキストを当日配布した。

「変わりゴマを回そう」の配布テキストにおける学習の流れは以下のような構成となっている。

第1回 (11月20日)

1. どこでつりあうかな
2. モーメントとは
3. 厚紙はどこでつりあうのかな
4. 私のオリジナルモビールに挑戦
5. 厚紙の重心は
6. 変わりゴマ選手権Ⅰ
7. 宿題「私のオリジナルモビール作品」

第2回 (12月18日)

1. 私のオリジナルモビール作品発表会
2. 三角形モビールの重心はどこでしょう
3. 三角形のモーメント表
4. 三角形を含んだ図形のモビールに挑戦
5. 変わりゴマ選手権Ⅱ
6. モーメント(重心)の応用
7. 変わりゴマの構想で工夫したこと(メモ)

(1) 天秤を使った実験によるモーメントの理解

最初に、重りをぶら下げた天秤（以下「モビール」と称する）がどこで吊り合うか？という問いかけ（図1）から、モビールの重心の位置を考えさせ、天秤の教具を使った実験を通して「距離×力」が回転力を示す量となっていることを体験させる。次に、講義によって実験の結果を確認し、距離×力が「モーメント」と呼ばれる加法性を持った量であることなどを説明した。

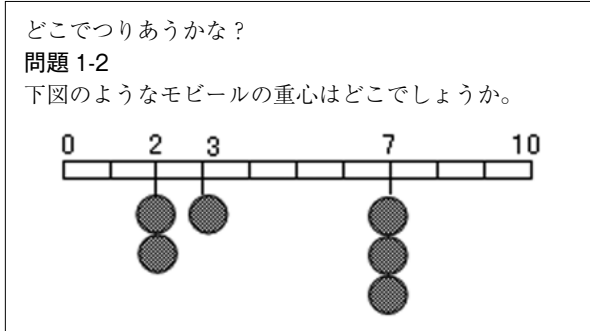


図1：配布テキストより転載

天秤の教具は、ホームセンターで購入した材料による手製で、重りはダブルクリップを使用した。重りをつけない状態で、天秤がつりあった状態を保つように、幅広の横木を用いて支点を横木の幅の中央ではなくやや上につけるなどの工夫をした（図2）。

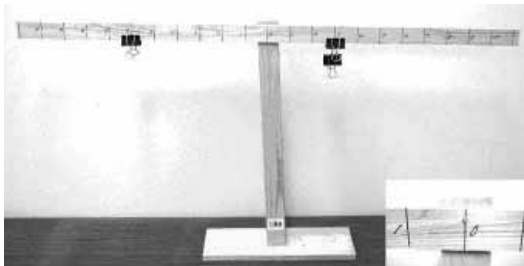


図2：天秤の教具（右下は支点部の拡大）

天秤の実験は、4～5人のグループごとに講師が1人ファシリテーターとして入り、グループ活動を支援した。「てこの原理」は小学校理科で習う易しい事項であり、この実験は簡単な確認を行ってもらう程度なので、何度か試したところで、ほとんどの参加者はモーメントをよく理解したようだった。ここでは初対面の人同士のグループ活動であるため、緊張をほぐして共同作業を行いやすい雰囲気を作ることが一番の目的である（図3）。



図3：天秤の実験風景

(2) 平面図形の重心

モーメントの加法性を理解した上で、天秤の片方に幾つかの重りがぶら下がっている時、同じ個数の重りを反対側のどこに吊るせば吊り合うか？という問題（図4の問題5-2）は多くの参加者がほぼ理解できていた。ただし、ほとんどの成人の方は電卓を使わずに割り算をした経験が皆無のためか、計算には電卓が必須であった。また、 $22/7=3.142857\dots$ など分数や小数の目盛の位置に重りを吊るす作業でも、目盛がないので戸惑う人もおり、ファシリテーターによる若干の手助けを要する場合があった。

問題 5-2
 下図のような天秤棒で、左側に6個(右側と同じ重さのおもり)のおもりをつけてつりあうようにするには、どこへつけたらよいでしょうか。

回答例.
 右側の重りのモーメントの合計は
 $2 \times 2 + 3 \times 1 + 7 \times 3 = 25$
 左側の x の位置に6個の重りを吊るしたときのモーメントは $x \times 6 = 6x$ だから、天秤がつり合うのは $6x = 25$ を解いて
 $x = 25/6 = 4.1666\dots$ (答)

図4：配布テキストより転載

図4の問題5-2は、右側のモビールの重心を求めることと同じであり、最初の問い（図1の問題1-2）の解答になっているのだが、この等価性を理解するには、少し壁があるとして、事前の打合せではかなり議論になった。しかしあまりくどく説明するとかえってわかりにくくなると判断して、「こうして計算した値が重心の位置になります」とさっと説明して、質問が出るようなら詳しく説明することにした（本番では質問は出ず、参加者は皆、重心の計算方法として理解したようだった）。

次にクリップの重りを「正方形の厚紙」に置き換えて、平面図形の重心の問題に自然に移行させていく（図5）。ここで、重りの場合と異なる注意として、図5のF型のように部分的にえぐれていて、正方形が上下ではなく横で繋がっている図形の取り扱いである。この場合もモーメントの計算は常に「支点からの横の距離×重さ」で決まることを実験によって確かめさせた。

(3) コマ回し選手権

次に正方形でできたオリジナルの図形を各自自由に作らせ、その重心の位置を計算させた。ここでは図形は2次元的に考え、まず問題7の要領で重心の横の座標を計算し、次に縦でも同じことを行って縦の座標を計算して、その交点として重心を求めた。求めた点に軽く針を刺し、

問題 7

下図のようなFの形をした厚紙があります。どこでつるしたらつりあうでしょうか。

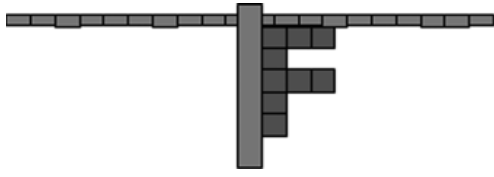


図 5：配布テキストより転載

皿回しの要領で回してみれば、正しく重心に針を刺せていけばぶれずによく回るので、「うまくいった!」とか「ずれてる…どこを間違ったんだろう?」と言って計算をやりなおしたり、互いに教えあったりする姿があちこちで見られた。計算で求めた位置に針を刺してうまくバランスが取れるという体験は爽快感があり、計算結果を単に先生に「正解です」と言われるだけとは違って、とても嬉しいことのようにだった。最後は参加者全員で自作したコマによるコマ回し選手権を行った(図6)。



図 6：コマ回し選手権

(4) 宿題：オリジナルモビールの製作

宿題として、正方形からなる図形の重心を求めてオリジナルのモビールを作るという課題を出した。ほとんどの参加者は宿題には手が回らなかったようだが、開催時期のクリスマスに合わせた凝ったデザインの作品を作ってきた参加者もいた(図7)。

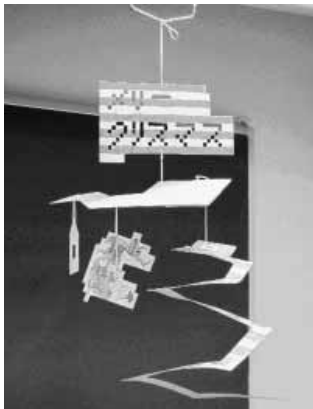


図 7：参加者によるモビール作品

(5) 三角形モビールの重心とモーメント

パートⅡでは、「三角形モビールがどこで吊り合う

か?」という問いかけを行い、実際に厚紙による実験によって確かめさせた。この実験は、三角形の厚紙に千枚通しで小さく穴を開けてぶら下げて水平になる所を探すだけの単純なものである(図8)。なお今回は簡単のために、一般の三角形は扱わずに、正方形を対角線で半分にした直角二等辺三角形のみを扱うことにした。これを90度ずつ回転させた4つのパターンについて実験して、直角二等辺三角形の重心の位置は、高さの1/3のライン上にあることを確かめた。

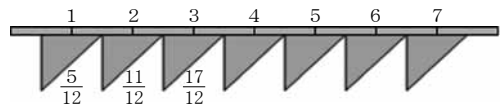


図 8：三角形の重心の実験

次に三角形が混じった図形のモーメントを計算するために、まずワークシート(図9)に4つのパターンの三角形についてそれぞれモーメントを計算させて、三角形のモーメントの表を作らせた。例えば、左重タイプの1番目は、重心が1から左へ1/6ずれて5/6、面積が1/2なので、モーメントは $5/6 \times 1/2 = 5/12$ となり、三角形に「5/12」を記入する。以下同様に、2番目の三角形には11/12、3番目には17/12・・・と1/2ずつ増えていく値をワークシートに記入させて表を完成させる。なお、図9では左重タイプと右重タイプの2種類しか示していないが、ワークシートでは、これらを上下反転させたタイプ(モーメントの値は同じ)も含む4種類のパターンについて表を作成した。この作業は、分数計算を必要とするので、小中学生の参加者はむしろ楽にこなしていたが、成人の参加者にとっては少し大変だったようである。

三角形のモーメント表

左重タイプ(重心が整数値から左へ1/6ずれる)



右重タイプ(重心が整数値から右へ1/6ずれる)

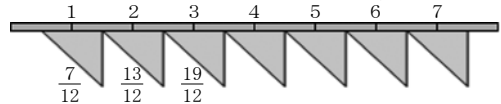


図 9：配布テキストより転載(表を一部記入済)

(6) 三角形や2枚張を含んだ図形の重心

例題として、宇宙ロケットの形のモビール(図10)のモーメントと面積を求めて、重心の位置を計算させた。ここで2枚張りの正方形は面積2と考え、1枚張りの三角

形は面積 1/2 である。三角形のモーメントの計算は分数計算となり非常に間違いやすいので、先ほどの課題で作成したモーメント表を見て、既に計算した値を記入して合計すればよいことを伝えた。それでもモーメントの合計には、分数の足し算を必要とし、計算がやや複雑になるので、ファシリテーターのサポートが欠かせない。重心が計算できたら、三角形の実験と同様に、千枚通しで吊るして水平になるか確かめさせた。

三角形を含んだ図形のモビールに挑戦

次のようなモビール(宇宙ロケットのつもり)のモーメントを求めてみましょう(本体の濃い部分は2枚張)

モーメントの合計欄 総合計

				⇒	
--	--	--	--	---	--

面積の合計欄 総合計

				⇒	
--	--	--	--	---	--

重心＝モーメントの合計÷面積の合計

図10：配布テキストより転載

次に各自で三角形と正方形からなる自由な図形をデザインして、それについて縦横のモーメントの計算から重心を求めさせた。この作業では、参加者の一部から、「こんなに分数の計算をしたのは学生のとき以来」というような声が聞かれた。実は今回の図形からは、分母が12で通分できる分数しか出てこないで、目盛を工夫すれば整数計算だけで公開講座を行うこともできなかったが、この機会に(算数の授業で嫌われがちな)分数の計算を少しやってもらおうという狙いもあった。その後、各自でオリジナルのコマを作って、再びコマ回し選手権を行った。この作業は、前回と同じで参加者も要領がよくわかっており、楽しんで課題に取り組んでいた(図11)。



図11：コマ回し選手権Ⅱ

(7) 重心(モーメント)の応用

最後に、日常生活や社会における重心やモーメントの応用について、講義形式で簡単に紹介した。特に講師の1人である山下が、企業で働く技術者の立場から、重心の工学上の応用例をいくつかプリントで紹介した。

3. アンケート結果

福井大学地域貢献推進センターが実施したアンケートの結果(第1回：11月20日)を以下に示す。

図12は、参加者の性別・年齢・職業を問うアンケートの質問のうち、職業についての集計結果である。参加者は、小中学生・会社員・主婦・他(定年退職者など)がそれぞれほぼ1/4という構成であった。後の質問結果から、小中学生は親に勧められて参加した人が多く、社会人では、自然や科学・技術に興味のある人が多く参加している傾向が高かった。

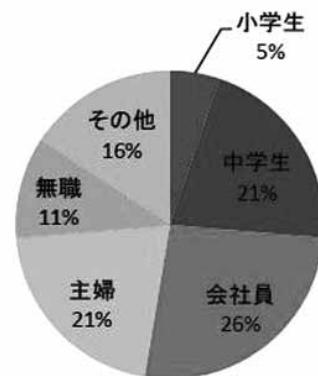


図12：アンケート質問1

アンケート設問2の「今日の感想」の結果を図13に示す。第2回(12月18日)では「とても楽しかった」が69%、「まあまあ楽しかった」が31%と第1回よりは評価が下がったが、いずれも数学をテーマとした公開講座としては例をみないほどに、たいへんに好評だった。

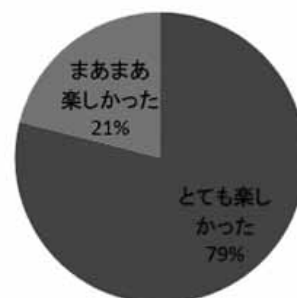


図13：アンケート質問2

アンケート質問3の「わかりやすかったか?」(図14)の質問では、全員が「わかりやすかった」と答えている。なお第2回では、分数の計算を多用したためか「少し難しかった」と答えた人が2名いた。

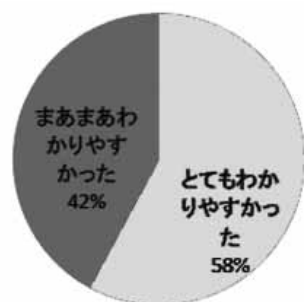


図14：アンケート質問3

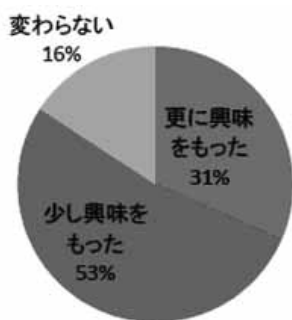


図15：アンケート質問7

図15はアンケート質問7「今日参加して、自然や科学・技術への興味が高まりましたか」の結果である。参加者の8割以上が、今回の公開講座で自然や科学・技術に興味が増したと答えている。

自由記述欄

- 数学ということで、難しい話が多いのかと思っていたのですが、分かりやすく解説してくださったことでよく理解することができました。(30代・会社員)
- 又、来たいです。前回休んだので不安でしたが、ちょっと前回の分を聞いたら、すぐ今回のに入れてとても嬉しかったです。灰色の脳細胞が活性化しました。家でどんどん遊んで、他の子や人にも話したいです。(60代・主婦)

4. まとめ

今回の授業は、伊禮三之氏の「モビールを作ろう！」(なお伊禮氏はこの授業を1996年に愛知県立岡崎高校の広田祥治氏より紹介されたと書いている)をベースとして、主題をコマに置いたものである。特に図形のモーメ

ント計算を行う箇所(配布テキストの図1, 図5, 図9)はモビールを作ろう！を踏襲している。今回の授業実践で新たに工夫した主な点を3つ挙げる。

- 天秤の教具を使った実験によるモーメントの導入
- モビールを90度回転させることで、厚紙図形の重心をもとめて、コマへ展開
- コマの耐久性を増すため2重張り図形への発展

天秤を使った実験を取り入れたことで、モーメントの導入をスムーズに行うことができ、教具としても大変優れていると感じた。また題材を静的なおもちゃであるモビールから、動的なコマへと発展させたことで、より参加者が楽しめる講習になったと考える(なお「変形コマ」については、伊禮氏の「モビールを作ろう！」でもおまけとして簡単に触れられている)。

「変わりゴマを回そう」のテーマは、平面図形の重心とモーメントであり、これらは物理や工学において重要な概念と考えられている。一方、数学教育においては、平面図形の重心やモーメントは、幾何的あるいは抽象的に扱われるだけで、その物理的意味については、あまり触れられていないようである。「体験ふむふむ数学クラブ」では、重心やモーメントなどの物理的概念を数学の講習に取り入れることで、コマやモビールなどの実体験を伴った遊びで楽しく数学を学べるよい教育実践になったと思う。

今回の公開講座は、小中学生や数学に縁のない社会人を対象としているため、扱う図形は単位正方形とその半分の直角二等辺三角形のみからなる特殊なものに限定している。扱う図形を一般の多角形や、境界が曲線で表された平面領域、密度が一定でない図形、空間図形などに発展させることで、一般の三角形の重心、内分点の公式、(重)積分など、より数学的に高度な教科内容を含ませて、高校～大学生向けの数学の授業の指導案に仕立てることもできると考えている。

参考文献

伊禮三之(2010), 学校設定科目『楽しい数学』の1年, エクシート

An approach of open lecture of mathematics that urges experienced learning, the report of "Spin strange top" Fumufumu H22

Yasuzo NISHIMURA, Yutaka SABURI, Chieko MATSUMOTO, Yusuke OKUBO, Takehiro TSUBOKAWA, Hiroyuki FUKUDA, Tatsuyuki MATSUDA, Yasuhiro TAKEZAWA, Toshihiko INADA, Toshiaki YAMASHITA

Key words : center of gravity, moment, plane figure